



Taller Orfebre Ana, SLU

PLB y Análisis de Sensibilidad

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Nombre	Descripción	Tipo PLB-PCE	Base	Informe	Modelo
Taller Orfebre	Muy Completo sobre toma de decisiones basadas en informe	PL Básica		SI	Producción

Enunciado

Taller Orfebre Ana dispone de un presupuesto de 500 € para diseñar y fabricar cuatro modelos de collares con los siguientes costes de producción y precio de venta unitarios:

Datos Económicos y Financieros

Productos	Modelo A (X)	Modelo B (Y)	Modelo C (Z)	Modelo D (W)
Valores				
Coste Unitario	5,0 €/ud	3,0 €/ud	2,0 €/ud	2,0 €/ud
Precio Unitario	8,0 €/ud	6,0 €/ud	6,0 €/ud	4,0 €/ud

La empresa se ha comprometido con un distribuidor a suministrarle al menos 100 unidades de los artículos A y B, al menos 300 unidades de C y D y al menos 50 unidades de A y D.

Se pide:

- Calcula la producción que maximiza los beneficios de la empresa con la restricción presupuestaria de 500 €
- ¿Le convendría a la empresa aumentar su presupuesto hasta 1 000 €?
 - Justifíquelo
 - Obtenga los informes tipo del Solver, es decir “Informe de Respuesta”, “Informe de confidencialidad o sensibilidad” e “Informe de Límite”.
- Responde a las cuestiones siguientes considerando un presupuesto de 1 000 € e idénticas restricciones.
 - ¿Qué cantidad le conviene a la empresa fabricar de cada artículo?
 - ¿Cuál es el beneficio máximo que puede conseguir?
 - Interpreta el coste reducido del artículo A.
 - Explica cómo se interpreta que el coste reducido del artículo B sea 0.
 - ¿Cómo variaría el beneficio de la empresa si el distribuidor se conformara con 95 unidades entre los artículos A y B? ¿Y si pidiera 110?
 - Interpreta el intervalo de sensibilidad de la variable y
 - Interpreta el precio dual y el intervalo de sensibilidad del compromiso AD
 - ¿Perjudicaría en algo a la empresa que el distribuidor exigiera 320 unidades entre los productos C y D?
 - Indica si la solución que proporciona SOLVER nos permite concluir lo siguiente o no: “Si la empresa aumentara en una unidad la producción conjunta de C y D, el beneficio obtenido no variaría”.
 - La empresa estudia la posibilidad de aumentar el precio de venta de alguno de sus productos. Si se decidiera por el producto C, ¿le convendría replantearse las cantidades a producir? ¿Y si aumentara 1.5 € el precio de venta del producto D?

3.11. El distribuidor informa a la empresa de que sólo le compraría el producto B si se lo vende a un precio de 3.5 € /unidad. ¿Le convendría a la empresa servirle las mismas cantidades? ¿Y si el distribuidor acepta un precio de 4.5 € /unidad?

4. Si el presupuesto fuera de 2 000 €, ¿convendría producir más de 100 unidades entre los artículos A y B?
5. Modelizar el problema adecuado para determinar el presupuesto mínimo necesario para atender los compromisos con el distribuidor. ¿Cuál es dicho presupuesto mínimo?, ¿con qué producción se consigue?

Planteamiento del problema

Planteamiento técnico

Maximizar la siguiente función teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned}
 \text{Max.} \quad & 3x + 3y + 4z + 2w && \text{beneficio} \\
 \text{s.a} \quad & 5x + 3y + 2z + 2w \leq 500 && \text{presupuesto} \\
 & x + y \geq 100 && \text{compromisoAB} \\
 & z + w \geq 300 && \text{compromisoCD} \\
 & x + w \geq 50 && \text{compromisoAD} \\
 & x, y, z, w \geq 0 &&
 \end{aligned}$$

Ilustración 1

	A	B	C	D	E	F
30	Variables de Decisión		Función Objetivo			
31	Planteamiento del Problema					
32	Planificación de la Producción					
33		Modelo A	Modelo B	Modelo C	Modelo D	Total
34		(X)	(Y)	(Z)	(W)	
35	Unidades					0 ud
36	Coste Total	0,0€	0,0€	0,0€	0,0€	0,0€
37	Margen Unit.	3,0€/ud	3,0€/ud	4,0€/ud	2,0€/ud	
38	Benef. Total	0,00€	0,00€	0,00€	0,00€	0,0€
39						
40	Restricciones					
41	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
42	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
43	Restricciones	Uso	Disponibilidad de Recursos y			Holgura (Slack)
44		Consumo	Restricciones	RHS (Right Hand Side)		
45	Unid. A+B	0 ud	> =	100 ud	B35 + C35	100 ud
46	Unid. C+D	0 ud	> =	300 ud	D35 + E36	300 ud
47	Unid. A+D	0 ud	> =	50 ud	B35+E35	50 ud
48	Presupuesto	0€	< =	500€	F36	500€

Ilustración 2

Apartado 1: Resolución con Solver, presupuesto 500 €

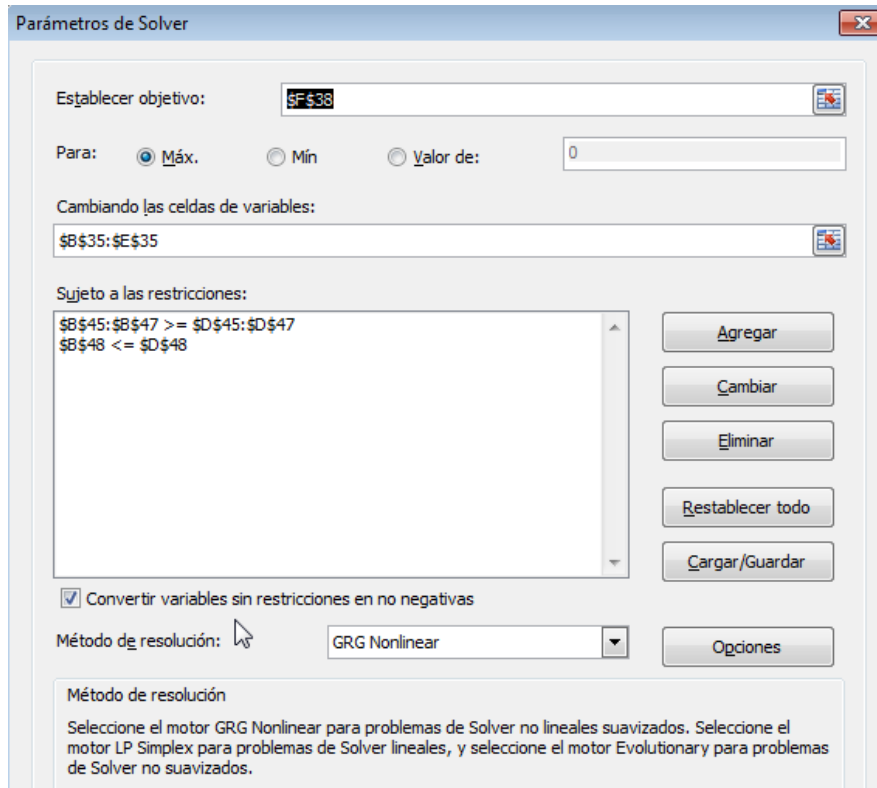


Ilustración 3

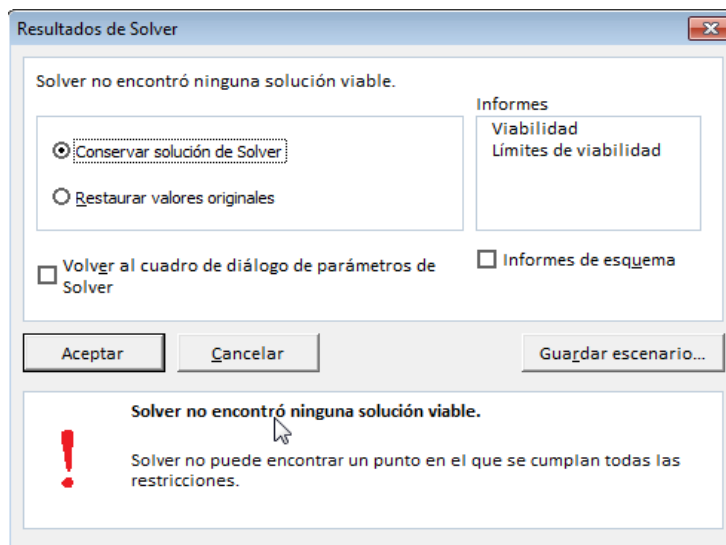


Ilustración 4

El problema es infactible. La explicación se ve al resolver la pregunta siguiente, pues con un presupuesto de 1.000 euros ya hay solución óptima. La explicación es, pues, que con 500 € la empresa no tiene presupuesto suficiente para producir todo lo que se ha comprometido a producir.

Apartado 2: Resolución con Solver, presupuesto 1.000 € y obtención de informes

¿Le convendría al artesano aumentar su presupuesto hasta 1.000 €?

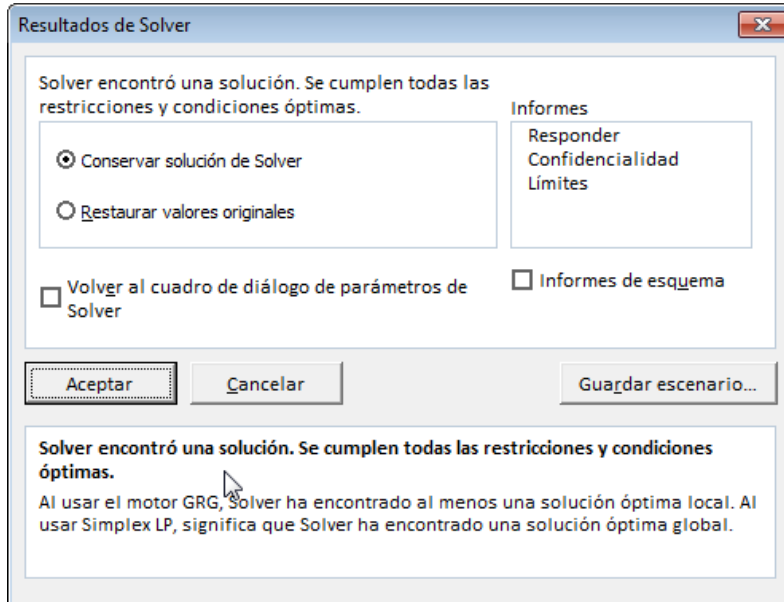


Ilustración 5

Sí que le convendría, porque con 500 € no puede hacer nada.

	A	B	C	D	E	F
30	Variables de Decisión		Función Objetivo			
31	Planteamiento del Problema					
32	Planificación de la Producción					
33		Modelo A	Modelo B	Modelo C	Modelo D	Total
34		(X)	(Y)	(Z)	(W)	
35	Unidades	0 ud	100 ud	300 ud	50 ud	400 ud
36	Coste Total	0,0 €	300,0 €	600,0 €	100,0 €	1000,0 €
37	Margen Unit.	3,0 €/ud	3,0 €/ud	4,0 €/ud	2,0 €/ud	
38	Benef. Total	0,0 €	300,0 €	1.200,0 €	100,0 €	1.600,0 €
39						
40	Restricciones					
41	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
42	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
43		Uso	Disponibilidad de Recursos y			Holgura
44	Restricciones	Consumo	Restricciones	RHS (Right Hand Side)	(Slack)	
45	Unid. A+B	100 ud	>=	100 ud	B35 + C35	0 ud
46	Unid. C+D	350 ud	>=	300 ud	D35 + E36	-50 ud
47	Unid. A+D	50 ud	>=	50 ud	B35+E35	0 ud
48	Presupuesto	1.000 €	<=	1.000 €	F36	0 €

Ilustración 6

Los informes tipo del Solver, es decir "Informe de Respuesta", "Informe de confidencialidad o sensibilidad" e "Informe de Límite".

Informe de Respuesta

	A	B	C	D	E	F	G
14	Celda objetivo (Máx.)						
15	Celda	Nombre		Valor original	Valor final		
16	\$F\$38	Benef. Total Total		0,0 €	1.600,0 €		
17							
18							
19	Celdas de variables						
20	Celda	Nombre		Valor original	Valor final	Entero	
21	\$B\$35	Unidades Modelo A (X)		0 ud	0 ud	Continuar	
22	\$C\$35	Unidades Modelo B (Y)		0 ud	100 ud	Continuar	
23	\$D\$35	Unidades Modelo C (Z)		0 ud	300 ud	Continuar	
24	\$E\$35	Unidades Modelo D (W)		0 ud	50 ud	Continuar	
25							
26							
27	Restricciones						
28	Celda	Nombre		Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
29	\$B\$45	Unid. A+B Uso Consumo		100 ud	\$B\$45>=\$D\$45	Vinculante	0 ud
30	\$B\$46	Unid. C+D Uso Consumo		350 ud	\$B\$46>=\$D\$46	No vinculante	50 ud
31	\$B\$47	Unid. A+D Uso Consumo		50 ud	\$B\$47>=\$D\$47	Vinculante	0 ud
32	\$B\$48	Presupuesto Uso Consumo		1.000 €	\$B\$48<=\$D\$48	Vinculante	0

Ilustración 7

Informe de confidencialidad o sensibilidad

	A	B	C	D	E	F	G	H
6	Celdas de variables							
7				Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible
8	Celda	Nombre		Valor	Coste	Coefficiente	Aumentar	Reducir
9	\$B\$35	Unidades Modelo A (X)		0	-2	3	2	1E+30
10	\$C\$35	Unidades Modelo B (Y)		100	0	3	3	2
11	\$D\$35	Unidades Modelo C (Z)		300	0	4	1E+30	2
12	\$E\$35	Unidades Modelo D (W)		50	0	2	2	2
13								
14	Restricciones							
15				Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible
16	Celda	Nombre		Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir
17	\$B\$45	Unid. A+B Uso Consumo		100	-3	100	33,33333333	100
18	\$B\$46	Unid. C+D Uso Consumo		350	0	300	50	1E+30
19	\$B\$47	Unid. A+D Uso Consumo		50	-2	50	300	50
20	\$B\$48	Presupuesto Uso Consumo		1.000,00 €	2	1000	1E+30	100

Ilustración 8

Informe de Límite

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
4											
5											
6	Objetivo										
7	Celda	Nombre	Valor								
8	\$F\$38	Benef. Total Total	1.600,0 €								
9											
10											
11	Variable			Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo				
12	Celda	Nombre	Valor	Límite	Resultado	Límite	Resultado				
13	\$B\$35	Unidades Modelo A (X)	0 ud	0 ud	1.600 ud	0 ud	1.600 ud				
14	\$C\$35	Unidades Modelo B (Y)	100 ud	100 ud	1.600 ud	100 ud	1.600 ud				
15	\$D\$35	Unidades Modelo C (Z)	300 ud	250 ud	1.400 ud	300 ud	1.600 ud				
16	\$E\$35	Unidades Modelo D (W)	50 ud	50 ud	1.600 ud	50 ud	1.600 ud				

Ilustración 9

Apartado 3: Responde a las cuestiones siguientes considerando un presupuesto de 1.000 € e idénticas restricciones.

¿Qué cantidad le conviene al artesano producir de cada modelo?

Nada del primero, 100 unidades del segundo, 300 del tercero y 50 del cuarto.

¿Cuál es el beneficio máximo que puede conseguir?

1. 600 €.

Interpreta el coste reducido del artículo A

A la empresa no le conviene producir ninguna unidad del artículo A, pero, si se viera obligada a producirlo, por cada unidad que produjera, su beneficio empeoraría (disminuiría) en 2 € (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad).

Más técnicamente: si cambiáramos la restricción $x \geq 0$ por $x \geq 1$, el nuevo beneficio sería 2 € menor

Explicar cómo se interpreta que el coste reducido del artículo B sea 0

Como la solución óptima supone producir 100 unidades del artículo B, si cambiáramos la restricción $y \geq 0$ por $y \geq 1$ la solución óptima sería la misma y el beneficio no cambiaría (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad).

Dicho de otro modo: no nos afectaría que nos obligaran a producir al menos una unidad del artículo B porque, sin que nos obliguen, ya estamos produciendo 100.

Sería erróneo afirmar que si aumentara una unidad la cantidad producida del artículo B, el beneficio no variaría.

¿Cómo variaría el beneficio de la empresa si el distribuidor se conformara con 95 unidades entre los artículos A y B? ¿Y si pidiera 110?

El precio dual de la segunda restricción indica lo que mejoraría la función objetivo (lo que aumentaría el beneficio) por cada unidad que aumentara el término independiente de la restricción (la cantidad comprometida de A y B). Como no hablamos de aumentar una unidad, sino de otro incremento, multiplicamos el precio dual por el incremento en ambos casos (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad):

$$(-3) \times (-5) = 15 \qquad (-3) \times 10 = -30$$

Así pues, si la cantidad comprometida pasara a ser 95 el beneficio mejoraría (o sea, aumentaría) en 15 €, mientras que si pasara a ser 110 empeoraría (disminuiría) en 30 €.

Interpretar el intervalo de sensibilidad de la variable y

El beneficio unitario del artículo B es de 3 € /ud. Para mantenerse en el intervalo de sensibilidad, este valor puede aumentar 3 € o disminuir 2 € (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad). En otras palabras, el intervalo de sensibilidad es [1, 6]. Mientras el beneficio unitario se mantenga en este intervalo la solución óptima será la misma, es decir, seguiremos produciendo las mismas cantidades de los cuatro artículos (aunque el beneficio se modificara).

Interpreta el precio dual y el intervalo de sensibilidad del compromiso AD

Por cada unidad adicional que el artesano se comprometiera a fabricar de los artículos A y D, el beneficio empeoraría (disminuiría) en 2 € (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad).

La cantidad comprometida de los artículos A y D es de 50 unidades, y, para mantenerse en el intervalo de sensibilidad, esta cantidad puede aumentar 300 unidades o disminuir 50 unidades.

En otras palabras, el intervalo de sensibilidad es $[0, 350]$. Mientras la cantidad comprometida se mantenga en este intervalo, las variables de la solución que ahora son 0 seguirán siendo 0.

Concretamente, esto significa:

- Seguirá siendo $x = 0$, es decir, se seguirá sin producir el artículo A.
- Seguirá siendo $s_1 = 0$, es decir, la restricción presupuestaria seguirá saturada, es decir, se seguirá agotando el presupuesto.
- Seguirá siendo $s_2 = 0$, es decir, la restricción del compromiso AB seguirá saturada, es decir, se seguirá produciendo la mínima cantidad exigida por el compromiso.
- Seguirá siendo $s_4 = 0$, es decir, la restricción del compromiso AD seguirá saturada, es decir, se seguirá produciendo la mínima cantidad exigida por el compromiso.

¿Perjudicaría en algo a la empresa que el distribuidor exigiera 320 unidades entre los productos C y D?

Cuando nos pregunten si va a afectar en algo la modificación de un término independiente (en este caso el de la tercera restricción), lo primero que hemos de mirar es si la restricción está saturada (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad). En este caso no lo está, porque se nos exige producir 300 unidades y estamos fabricando 350 (esto se ve en la variable de holgura $s_3 = 50$).

En general, si la restricción no está saturada y se sigue cumpliendo con el cambio propuesto, la solución óptima no cambiará.

Es lo que sucede en nuestro caso: si nos exigen producir 320 unidades no nos afectará en nada porque ya nos conviene producir 350 sin que nos lo exijan.

Indicar si la solución que proporciona SOLVER nos permite concluir lo siguiente o no: "Si la empresa aumentara en una unidad la producción conjunta de C y D, el beneficio obtenido no variaría"

Sería un error concluir que esto es cierto basándose en que el precio dual de la tercera restricción vale 0. Lo que esto nos dice es que si nos obligaran a producir al menos 301 unidades de C y D en lugar de 300 como ahora, el beneficio no cambiará (ni la solución, tal y como hemos razonado en el apartado anterior). Ni el precio dual, ni ningún otro dato de la solución que proporciona SOLVER, nos permite afirmar nada de qué pasaría si aumentáramos la producción conjunta de C y D (es decir, si pasáramos de producir 350 unidades a 351).

El artesano estudia la posibilidad de aumentar el precio de venta de alguno de sus productos. Si se decidiera por el producto C, ¿le convendría replantearse las cantidades a producir? ¿Y si aumentara 1.5 € el precio de venta del producto D?

Un aumento en el precio de venta de un producto daría lugar al mismo aumento en el beneficio unitario, es decir, en el coeficiente correspondiente de la función objetivo. El intervalo de sensibilidad del coeficiente de z nos dice que el precio unitario del producto C puede aumentar cualquier cantidad sin que la solución óptima varíe. Por lo tanto, sea cual sea el aumento de precio, al artesano no le convendría replantearse las cantidades a producir, sino que le seguirá conviniendo producir lo mismo que ahora.

Para el producto D el máximo aumento es de 2 € y, como el aumento de 1.5 € queda dentro de este rango, la conclusión es la misma. Si habláramos, por ejemplo, de un incremento de 3 € en el precio del producto D, ya habría que volver a resolver el problema, porque la solución óptima podría ser distinta.

El distribuidor informa al artesano de que sólo le comprara el producto B si se lo vende a un precio de 3.5 €/unidad. ¿Le convendrá a la empresa servirle las mismas cantidades? ¿Y si el distribuidor acepta un precio de 4.5 €/unidad?

Estamos hablando de reducir el precio (y por lo tanto el beneficio unitario) en 2.5 €. Como el intervalo de sensibilidad permite una reducción máxima de 2 €, la empresa debería volver a resolver el problema, porque la producción óptima ya no tendría por qué ser la misma (Ver Ilustración 8, informe de sensibilidad).

En el segundo caso hablamos de una reducción de 1.5 €, que queda dentro del intervalo, luego en este caso la producción óptima seguiría siendo la misma.